

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΗΜΑΘΙΑΣ

17ος Ημαθιώτικος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά

«Η ΥΠΑΤΙΑ»

Παρασκευή 7 Νοεμβρίου 2025

Α΄ Γυμνασίου

ΘΕΜΑ 1ο

Τέσσερις φίλοι (Α, Β, Γ και Δ) άφησαν ένα μήνυμα που κρύβει έναν τετραψήφιο κωδικό **Κ** τον **ΑΒΓΔ**. Για να τον βρείτε, αποκωδικοποιήστε τα παρακάτω στοιχεία:

Α: Το πρώτο ψηφίο είναι το άθροισμα των τριών πρώτων περιττών φυσικών αριθμών.
Β: Το δεύτερο ψηφίο είναι ο **Μ.Κ.Δ.** (Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης) των αριθμών **12** και **18**.
Γ: Το τρίτο ψηφίο είναι ο αριθμός που πρέπει να προσθέσετε στο $\frac{1}{4}$ για να βρείτε $\frac{13}{4}$.
Δ: Το τέταρτο ψηφίο είναι το αποτέλεσμα της παράστασης:

$$[(4^4 \cdot 2 + 5^3 \cdot 2) - (10^2 \cdot 5 + 4 \cdot 5^2)] : 3^4$$

Ποιος είναι ο τετραψήφιος κωδικός **Κ;** **(Μονάδες 6)**

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Το πρώτο ψηφίο Α :1+3+5=9. **(Μονάδες 1)**

Το δεύτερο ψηφίο Β : Οι διαιρέτες του 12 είναι {1,2,3,4,6,12}ενώ οι διαιρέτες του 18 είναι {1,2,3,6,9,18}. Ο Μ.Κ.Δ. είναι 6. **(Μονάδες 1)**

Το τρίτο ψηφίο Γ : $\frac{1}{4} + \Gamma = \frac{13}{4} \Leftrightarrow \Gamma = \frac{12}{4} \Leftrightarrow \Gamma = \frac{13}{4} - \frac{1}{4} \Leftrightarrow \Gamma = 3$. **(Μονάδες 1)**

Το τέταρτο ψηφίο Δ :

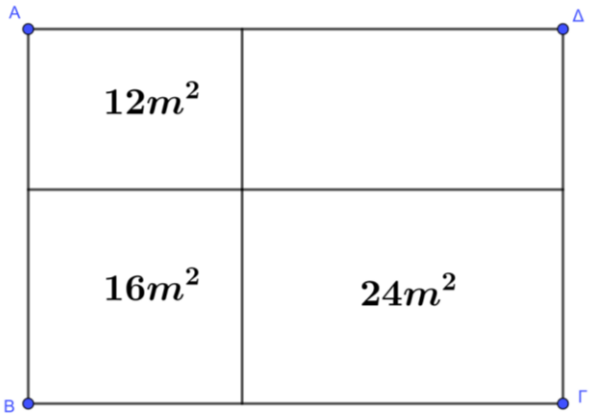
$[(4^4 \cdot 2 + 5^3 \cdot 2) - (10^2 \cdot 5 + 4 \cdot 5^2)] : 3^4 =$
$[(256 \cdot 2 + 125 \cdot 2) - (100 \cdot 5 + 4 \cdot 25)] : 81 =$
$[(512 + 250) - (500 + 100)] : 81 =$
$(762 - 600) : 81 =$
$162 : 81 =$
2

(Μονάδες 2)

Ο κωδικός είναι: 9632 **(Μονάδες 1)**

ΘΕΜΑ 2ο

Τέσσερις γείτονες, η Αλέκα, ο Βασίλης, ο Γεράσιμος και ο Δημήτρης αποφασίζουν να καλλιεργήσουν τον κήπο **ΑΒΓΔ**, σε σχήμα ορθογωνίου, του οποίου ο καθένας είναι ιδιοκτήτης του κομματιού, ανάλογα με το γράμμα της κορυφής.



Αν ο κήπος του Βασίλη είναι τετράγωνο με εμβαδόν **16 m^2,** ο κήπος της Αλέκας είναι ορθογώνιο με εμβαδόν **12 m^2** και του Γεράσιμου είναι ορθογώνιο με εμβαδόν **24 m^2** :

α. Υπολογίστε το εμβαδόν του οικοπέδου, που αντιστοιχεί στον Δημήτρη.

β. Οι τέσσερις γείτονες προσλαμβάνουν έναν εργάτη για αγροτικές εργασίες σε όλη την έκταση του κήπου και τον πληρώνουν συνολικά **35€**. Πως πρέπει να κατανεμηθούν τα έξοδα, ώστε η επιβάρυνση του καθενός να είναι δίκαιη και ανάλογη με το μέγεθος του κομματιού του;

(Μονάδες 7)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α.

Ο κήπος του Βασίλη είναι τετράγωνος με εμβαδόν **16 m^2** άρα οι διαστάσεις του είναι 4 Χ 4. **(Μονάδες 1)**

Ο κήπος της Αλέκας είναι ορθογώνιος με εμβαδόν **12 m^2** ε άρα οι διαστάσεις του είναι 4 Χ 3. **(Μονάδες 0,5)**
Ο κήπος του Γεράσιμου είναι ορθογώνιος με εμβαδόν **24 m^2** ε άρα οι διαστάσεις του είναι 6 x 4.

(Μονάδες 0,5)
Ο κήπος του Δημήτρη είναι ορθογώνιος με διαστάσεις του 6 x 3 δηλάδή 18 m^2. **(Μονάδες 1)**

β.

Όλο το οικόπεδο είναι 70 m^2 άρα ο εργάτης πληρώνεται 35 ευρώ για 70 m^2. **(Μονάδες 1)**
Οπότε για το 1 m^2 πληρώνεται 0,5 ευρώ. **(Μονάδες 1)**
Επομένως

η Αλέκα θα πληρώσει 0,5 x 12 = 6 € **(Μονάδες 0,5)**
ο Βασίλης θα πληρώσει 0,5 x 16 = 8 € **(Μονάδες 0,5)**
ο Γεράσιμος θα πληρώσει 0,5 x 24 = 12 € **(Μονάδες 0,5)**
ο Δημήτρης θα πληρώσει 0,5 x 18 = 9 € **(Μονάδες 0,5)**

ΘΕΜΑ 3ο

Ο Ηλίας σκέφτεται έναν **περιττό φυσικό αριθμό μικρότερο από 100**.
Εκτελεί την παρακάτω διαδικασία:

- Αφαιρεί 1 και διαιρεί το αποτέλεσμα με 2.
- Επαναλαμβάνει το ίδιο βήμα **όσο ο νέος αριθμός παραμένει περιττός**.
- Μόλις πάρει για πρώτη φορά έναν **άρτιο** αριθμό, σταματά.

Αν ο τελικός αριθμός που προκύπτει είναι **το 2**, να βρείτε **όλους τους δυνατούς αρχικούς αριθμούς** που θα μπορούσε να είχε σκεφτεί ο Ηλίας.

(Μονάδες 7)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δεδομένου ότι ο τελικός αριθμός του Ηλία είναι το 2, ο μικρότερος αριθμός που ικανοποιεί την αντίστροφη διαδικασία (πολλαπλασιάζω επί 2 και μετά προσθέτω 1) **(Μονάδες 2)** είναι ο :

(2 x 2)+1=5 **(Μονάδες 1)**

Άρα οι επόμενοι είναι

(5 x 2) +1=11 **(Μονάδες 1)**

(11 x 2) +1=23 **(Μονάδες 1)**

(23 x 2) +1=47 **(Μονάδες 1)**

(47 x 2) +1=95 **(Μονάδες 1)**

Άρα οι μόνες πιθανές απαντήσεις είναι 5, 11, 23, 47 και 95.