



# ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΗΜΑΘΙΑΣ

## 17ος Ημαθιώτικος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά

### «Κ. ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ»

Σάββατο 17 Ιανουαρίου 2026

#### Α΄ Γυμνασίου

#### Θέμα 1<sup>ο</sup>

Δίνονται οι παραστάσεις  $\alpha$  και  $\beta$  όπου:

$$\alpha = 6 - 2\frac{1}{7} - 3\frac{4}{7} \quad \text{και} \quad \beta = (4^2 - 2^3) \cdot \frac{2}{3} - (3^2 - 2^3) : \frac{3}{13}$$

α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις  $\alpha$ ,  $\beta$

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$K = \frac{\beta^{2026}}{\alpha} - 7\alpha - \left(\frac{2\beta}{7\alpha}\right)^{1000}$$

#### Λύση

$$\begin{aligned} \alpha &= 6 - 2\frac{1}{7} - 3\frac{4}{7} \\ &= 6 - \frac{15}{7} - \frac{25}{7} \\ &= \frac{42}{7} - \frac{40}{7} \\ &= \frac{2}{7} \quad (\text{μονάδες } 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= (4^2 - 2^3) \cdot \frac{2}{3} - (3^2 - 2^3) : \frac{3}{13} \\ &= (16 - 8) \cdot \frac{2}{3} - (9 - 8) : \frac{3}{13} \quad (\text{μονάδα } 1) \\ &= 8 \cdot \frac{2}{3} - 1 : \frac{3}{13} \\ &= \frac{16}{3} - \frac{13}{3} \\ &= \frac{3}{3} \\ &= 1 \quad (\text{μονάδα } 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{1^{2026}}{\frac{2}{7}} - 7 \cdot \frac{2}{7} - \left(\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot \frac{2}{7}}\right)^{1000} \quad (\text{μονάδα } 1) \\ &= \frac{7}{2} - 2 - 1 \\ &= \frac{7}{2} - 3 \\ &= \frac{7}{2} - \frac{6}{2} \\ &= \frac{1}{2} \quad (\text{μονάδα } 1) \end{aligned}$$

#### Θέμα 2<sup>ο</sup>

Υπάρχουν 1000 σοκολάτες και μερικές καραμέλες που βρίσκονται σε πέντε κουτιά. Σε κάθε κουτί ο αριθμός των σοκολάτων είναι ίσος με τον αριθμό των καραμελών σε όλα τα άλλα κουτιά. Πόσες καραμέλες υπάρχουν συνολικά στα πέντε κουτιά;



### Λύση

$$\Sigma_A = K_B + K_\Gamma + K_\Delta + K_E$$

$$\Sigma_B = K_A + K_\Gamma + K_\Delta + K_E$$

$$\Sigma_\Gamma = K_A + K_B + K_\Delta + K_E$$

$$\Sigma_\Delta = K_A + K_B + K_\Gamma + K_E$$

$$\Sigma_E = K_A + K_B + K_\Gamma + K_\Delta \quad (\text{Μονάδες } 2)$$

$$\text{Άρα } \Sigma_A + \Sigma_B + \Sigma_\Gamma + \Sigma_\Delta + \Sigma_E = 4K_A + 4K_B + 4K_\Gamma + 4K_\Delta + 4K_E \quad (\text{Μονάδα } 1)$$

$$\Sigma_A + \Sigma_B + \Sigma_\Gamma + \Sigma_\Delta + \Sigma_E = 4(K_A + K_B + K_\Gamma + K_\Delta + K_E)$$

$$1000 = 4(K_A + K_B + K_\Gamma + K_\Delta + K_E) \quad (\text{Μονάδα } 1)$$

$$K_A + K_B + K_\Gamma + K_\Delta + K_E = 250 \quad (\text{Μονάδα } 1)$$

### Θέμα 3<sup>ο</sup>

Γράφουμε την ακολουθία αριθμών 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, ... η οποία επαναλαμβάνεται.

- α) Ποιος αριθμός βρίσκεται στη 25η θέση;  
β) Ποιος αριθμός βρίσκεται στη 2026η θέση;  
γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα των πρώτων 2026 όρων.

### Λύση

α. Η ακολουθία 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, ... . επαναλαμβάνεται κάθε 4 αριθμούς ( έχει περίοδο δηλαδή 4).

Αφού  $25 = 6 \cdot 4 + 1$ , σημαίνει ότι ο αριθμός που θα βρίσκεται στην 25η θέση θα είναι ο 1ο όρος των αριθμών 1,2,3,4 δηλαδή θα είναι το **1** . (Μονάδα 1)

β. Όμοια γράφουμε  $2026 = 506 \cdot 4 + 2$ . Επομένως ο ζητούμενος αριθμός είναι ο 2<sup>ος</sup> αριθμός από τους: 1,2,3,4, δηλαδή το **2**.) (Μονάδες 2)

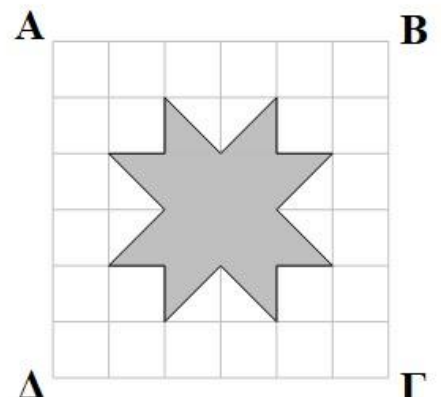
γ. Για το άθροισμα των πρώτων 2026 όρων, έχουμε :

$$506 \times (1 + 2 + 3 + 4) + 1 + 2 = 506 \times 10 + 3 = 5060 + 3 = \mathbf{5063} \quad (\text{Μονάδες } 2)$$

### Θέμα 4<sup>ο</sup>

Στο διπλανό σχήμα το **ΑΒΓΔ** είναι ένα τετράγωνο χωρισμένο σε μικρότερα τετραγωνάκια. Το εμβαδόν του σκιασμένου χώρου ισούται με **32 cm<sup>2</sup>**.

Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραγώνου **ΑΒΓΔ**.



## Λύση

Από τα 36 τετραγωνάκια στα οποία είναι χωρισμένο το τετράγωνο ΑΒΓΔ, σκιασμένα είναι 8.

Δηλαδή είναι σκιασμένα τα  $\frac{8}{36}$  του τετραγώνου. (Μονάδα 1)

Αν  $E$  το εμβαδόν του τετραγώνου, τότε  $\frac{8}{36} E = 32 \Rightarrow E = 144 \text{ cm}^2$  (Μονάδες 2)

Αν  $x$  το μήκος της πλευράς του τετραγώνου τότε  $x^2 = 144 \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$ . (Μονάδα 1)

Άρα η περίμετρος του τετραγώνου ισούται με  $4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}$ . (Μονάδα 1)